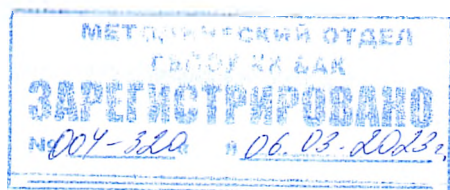


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ
«БРЮХОВЕЦКИЙ АГРАРНЫЙ КОЛЛЕДЖ»



МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА
открытого урока
по учебной дисциплине ПУД.09 «Математика»

**Тема: «Применение интеграла в задачах профессиональной
направленности технологического профиля»**

Разработал преподаватель:
Попова Екатерина Дмитриевна

Брюховецкая, 2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методическая разработка практического занятия по теме «Применение интеграла в задачах профессиональной направленности технологического профиля» содержит план часового занятия, ход занятия, заключение, приложения.

Методическая разработка предназначена для преподавателей математики, работающих по программам подготовки специалистов среднего звена 09.02.07 Информационные системы и программирование.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Поурочный план занятия	5
Ход занятия	8
Заключение	18
Приложения	20

ВВЕДЕНИЕ

Современное образование заключается в постоянном поиске методов и приемов обучения, созвучных времени, позволяющих специалисту в дальнейшем самостоятельно решать стоящие перед ним задачи, быть этичной и интеллектуальной личностью. Это можно достичь, используя стиль диалоговой работы на занятии и математических способностей и достижений обучающихся при изучении математики. Студенту должно быть интересно на занятии, интерес – это синоним мотивации.

Данное занятие было разработано для студентов 1 курса специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Раздел «Первообразная функции, ее применение» является одним из самых сложных для восприятия разделов математики. Это обусловлено сложностью самого материала, слабо сформированной школьной базой по данному вопросу и ограниченным количеством времени на его изучение на первом курсе. На данном занятии студенты закрепляют знания, умения и навыки по рассматриваемой теме. Здесь они повторяют, закрепляют и систематизируют основные методы и приемы вычисления неопределенного и определенного интегралов, учатся применять знания при решении конкретных практических задач. Ход занятия сопровождается демонстрацией слайдов по каждому этапному моменту. В конце занятия предусмотрено тестирование с графической самооценкой. Студенты имеют возможность высказать свои впечатления о занятии короткими фразами и пожелания на будущее. Занятие рассчитано на 1 аудиторный час (45 минут) с дальнейшим его обсуждением.

**П Л А Н
Ч А С О В О Г О З А Н Я Т И Я № 1 6 1**

Группа	Дата

УД, МДК: ПУД.09 Математика

Тема урока: Применение интеграла в задачах профессиональной направленности технологического профиля

Время: 1 час

Вид занятия: практическое занятие № 35

Применяемая образовательная технология: элементы ИКТ

Цель занятия	<p>Учебная: отработать навыки вычисления интегралов, сформировать комплексное представление о практических приложениях интеграла в задачах профессиональной направленности технологического профиля.</p> <p>Воспитательная способствовать формированию умений применять приемы: сравнения, обобщения, выделения главного, переноса знаний в новую ситуацию.</p> <p>Развивающая развить математическое мышление, навыки работы с таблицей интегралов, умение вычислить интеграл.</p> <p>Деятельностная (ОК, ПК): ЛР 13, МР 03, МР 09, ПР 04, ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09</p>
Межпредметные	<p>Обеспечивающие: математика (школьный курс), физика, информатика</p> <p>Обеспечиваемые: дискретная математика с элементами математической логики, теория вероятностей и математическая статистика</p>

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЗАНЯТИЯ

Наглядные пособия: авторская презентация

Раздаточный материал: мини-конспект, лист самооценки, таблица интегралов, карточки для индивидуальной работы

Технические средства обучения: мультимедийный проектор, экран, ноутбук с предустановленным программным обеспечением

Учебные места (для ПЗ, ЛЗ)

Литература:

– *основная:* Башмаков М.И. Математика: учебник / Башмаков М.И. – М.: КноРус, 2022. – 394 с.;

– *дополнительная:* Башмаков М.И. Математика. Практикум: учебно-практическое пособие / М.И. Башмаков, С.Б. Энтина. – М.: КноРус, 2021. – 294 с.

СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ

№ элемента	Элементы занятия, учебные вопросы	Формы и методы обучения	Время
1	2	3	4
1 этап	Организационная часть Взаимное приветствие. Проверка посещаемости. Сообщение темы и постановка целей урока, мотивация. Критерии оценивания работы на уроке	<i>Словесный, наглядно-иллюстративный (презентация)</i>	3 мин.
2 этап	Вводный инструктаж Проверка домашнего задания, актуализация знаний по применению первообразной и интеграла (устный опрос и тестирование)	<i>Индивидуальная и фронтальная формы, объяснительно-иллюстративный метод с обсуждением</i>	15 мин.
3 этап	Текущий инструктаж Разбор схемы решения задач на применение интеграла в задачах профессиональной направленности технологического профиля	<i>Объяснительно-иллюстративный метод</i>	10 мин
4 этап	Заключительный инструктаж Самостоятельное решение прикладных задач на нахождение интеграла Проверка и защита практических заданий	<i>Индивидуальная работа, словесный метод</i>	12 мин.
5 этап	Подведение итогов Достижение целей урока. Обсуждение и выставление оценок.	<i>Словесный метод</i>	5 мин.
6 этап	Задание на дом: 1. Башмаков М.И. Математика: учебник / Башмаков М.И. – М.: КноРус, 2022. – С. 299-307. 2. Башмаков М.И. Математика. Практикум: учебно-практическое пособие / М.И. Башмаков, С.Б. Энтина. – М.: КноРус, 2021. – С. 170-171 (Упр. 8.18).		

ХОД ЗАНЯТИЯ

1 этап – Организационная часть

Здравствуйте, присаживайтесь. Откройте тетради, запишите дату и тему занятия. Тема: «Применение интеграла в задачах профессиональной направленности технологического профиля» (*презентация слайд 1*).

Мотивация учебной деятельности (Обострить внимание на значимость этой темы, связь её с физикой.)

Определённый интеграл имеет большое практическое применение. С его помощью можно вычислять объёмы и площади поверхностей геометрических тел, длину кривой линии, площади плоских фигур, важные физические величины (работу, силу, теплоту и др.).

Целью нашего занятия будет: отработать навыки вычисления интегралов, а также сформировать комплексное представление о практических приложениях интеграла в задачах профессиональной направленности технологического профиля (*презентация слайд 2*).

Сегодня оценка будет складываться из вашей работы в течении всего занятия.

На столах у вас лежит ЛИСТ САМООЦЕНКИ (*презентация слайд 3*).

Подпишите эти листы Ф.И.О.

2 этап – Вводный инструктаж

Прежде чем перейти к выполнению заданий практического занятия, давайте проверим домашнее задание.

Далее будет проведен индивидуальный опрос.

(Вопросы и правильные ответы последовательно высвечиваются на экране в виде слайдов) *презентация слайд 5-9*

1. Что называется первообразной функции?
2. Что называется интегрированием функции?
3. Чем отличается операция интегрирования от операции дифференцирования?
4. Что называется неопределённым интегралом?
5. Как обозначается, читается неопределённый интеграл?
6. Допишите на доске продолжение формулы $\int x^n dx$
7. Допишите на доске продолжение формулы $\int dx = \dots$,
8. Допишите на доске продолжение формулы $\int \frac{dx}{x} = \dots$,

9. Допишите на доске продолжение формулы $\int \sin x \, dx = \dots$.
10. Допишите на доске продолжение формулы $\int \cos x \, dx = \dots$.
11. Назовите основные свойства неопределенного интеграла.
12. Какие методы вычисления неопределенного интеграла вы знаете?
13. Что называется непосредственным интегрированием?
14. Назовите основное свойство дифференциала при выполнении операции «подведения под знак дифференциала».
15. Напишите формулу интегрирования по частям.
16. Как обозначается (читается) определённый интеграл?
17. Допишите на доске формулу Ньютона – Лейбница $\int_a^b f(x) \, dx = \dots$.
18. Чему равен определенный интеграл с одинаковыми пределами интегрирования?
19. Что называется криволинейной трапецией?

Какие из заштрихованных на рисунке фигур являются криволинейными трапециями, а какие нет? (*Презентация слайд 10*).

Теперь давайте обратим внимание на слайды, где изображены различные виды фигур, ограниченных линиями. Вам требуется написать для каждой фигуры формулу для вычисления ее площади с помощью определенного интеграла.

(*Презентация слайд 11-13*).

Далее попробуйте найти и исправить ошибки в вычислениях интеграла:

$$\int x^5 \, dx = 5x^4 + C$$

$$\int x^7 \, dx = \frac{x^6}{6} + C$$

$$\int_{-1}^1 x^6 \, dx = \frac{x^7}{7} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{7} - \frac{1}{7}$$

Тестирование

И для закрепления того, что мы с вами прошли ранее, выполним тест по вариантам №1 и №2. Переверните листы самооценки, обнаружите тест. В каждом вопросе выберите правильный ответ и закрасьте ручкой соответствующие кружочки на рисунке. Верхний ряд кружков соответствует ответу «а», средний – «б», нижний – «в». Первый столбец слева соответствует первому вопросу теста и т.д. Затем соедините кружки линией.



- Забавная рожица для ответов на вопросы теста.

Вариант №1

1 Вопрос. Выберите правильное продолжение решения: $\int x^2 dx =$

- а) $\frac{x^3}{3} + c$ б) $\frac{x^4}{4} + c$ в) $\frac{x^3}{3} + c$

2 Вопрос. Интегрирование – это действие обратное

- а) вычитанию б) дифференцированию в) сложению

3 Вопрос. Чему равен интеграл $\int 10 \sin x dx$

- а) $= 5 \cos x + c$ б) $= 2 \cos x + c$ в) $= -10 \cos x + c$

4 Вопрос. Написать правильное продолжение формулы $\int \frac{dx}{x} =$

- а) $10^{2x} + c$ б) $\ln|x| + c$ в) $e^{2x} + c$

5 Вопрос. Определённый интеграл $\int_0^{10} 3x^2 dx$ равен: а) 8 б) 100 в) -20

Вариант №2

1 Вопрос. Выберите правильное продолжение решения:

- $\int x^3 dx =$ а) $\frac{x^4}{4} + c$ б) $\frac{x^5}{5} + c$ в) $\frac{x^6}{6} + c$

2 Вопрос. Правильность интегрирования можно проверить:

- а) сложением б) дифференцированием в) вычитанием

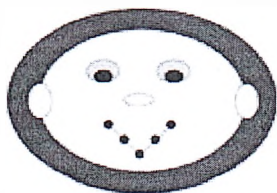
3 Вопрос. Чему равен интеграл $\int 8 \cos x dx$

- а) $= 5 \sin x + c$ б) $= 2 \sin x + c$ в) $= 8 \sin x + c$

4 Вопрос. Написать правильное продолжение формулы $\int e^{2x} dx =$

- а) $10^{2x} + c$ б) $e^{2x} + c$ в) $\cos x + c$

5 Вопрос. Определённый интеграл $\int_0^1 4x^3 dx$ равен: а) 1 б) 10 в) -30



Если ответы верные, то получается улыбка, как показано на рисунке.

Посчитайте количество верных ответов и заполните листы самооценки. Поставьте соответствующую оценку!

3 этап – Текущий инструктаж

Далее мы рассмотрим общую схему решения задач на применение интеграла в задачах профессиональной направленности технологического профиля.

С помощью определенного интеграла можно решать различные задачи физики, механики, экономики, биологии, астрономии и других дисциплин, которые трудно или невозможно решить методами элементарной математики. Поскольку технологический профиль предполагает углубленное изучение математики, физики и информатики, то приведем соответствие изучаемого раздела «Первообразная функции, ее применение» тематике прикладных задач. Так, понятие определенного интеграла применяется при решении задач на вычисление работы переменной силы, пути, пройденного телом, имеющим переменную скорость, и ряд других.

Несмотря на разнообразие этих задач, они объединяются одной и той же схемой рассуждений при их решении. Искомая величина (путь, работа, давление и т. д.) соответствует некоторому промежутку изменения переменной величины, которая является переменной интегрирования. Эту переменную величину обозначают через x , а промежуток ее изменения – через $[a, b]$.

Приложения интеграла к решению задач профессиональной направленности технологического профиля

Величины	Вычисление производной	Вычисление интеграла
A – работа; F – сила; N – мощность; $I(n)$ – тактовая частота в зависимости от количества операций (n), выполняемых в секунду	$F(x) = A'(x)$ $N(t) = A'(t)$ $I(n) = A' \cdot (n)$	$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$ $A = \int_{t_1}^{t_2} N(t) dt.$ $A = \int_{n_1}^{n_2} I(n) dn$
m – масса тонкого стержня p – линейная плотность	$P(x) = m'(x).$	$m = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx.$
q – электрический заряд; I – сила тока.	$I(t) = q'(t)$	$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt Q$
S – перемещение; v – скорость.	$V(t) = S'(t)$	$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$
Q – количество теплоты; c – теплоёмкость.	$c(t) = Q'(t)$	$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt$

Рассмотрим решение задачи на перемещение материальной точки:

Пусть точка движется по оси абсцисс и известна скорость движения этой точки. Скорость меняется и задан закон $v = v(t)$ на некотором отрезке $[t_1; t_2]$. Тогда перемещение будет находиться по формуле:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt.$$

Задача 1. Материальная точка движется со скоростью $v(t) = t^2 + 1$. Вычислить ее перемещение за промежуток времени $[0; 2]$ секунд.

Решение.

Искомое решение находим по интегралу: $S = \int_0^2 (t^2 + 1) dt = \frac{t^3}{3} + t \Big|_0^2 = 4\frac{2}{3}$.

Ответ: $4\frac{2}{3}$.

Зависимость между работой и силой при перемещении материальной точки определяется соотношением:

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$$

Задача 2. Какую работу надо произвести, при перемещении материальной точки от 0 до 2 метров под действием силы $F = 2x + 1$.

Решение.

Искомое решение находим по интегралу: $A = \int_0^2 (2x + 1) dx = x^2 + x \Big|_0^2 = 6$.

Ответ: 6.

Задача 3. Вычислить работу за промежуток времени от 1 до 4 секунд, если мощность находится по формуле $A = \frac{6}{\sqrt{t}}$.

Решение. Искомая работа равна: $A = \int_1^4 \frac{6}{\sqrt{t}} dt = 6 \cdot 2\sqrt{t} \Big|_1^4 = 12$.

Ответ: 12.

Электрический заряд за промежуток времени $[t_1; t_2]$ при известной силе тока вычисляется по формуле:

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt.$$

Задача 4. Вычислить количество электричества, протекающего по проводнику за промежуток времени от 3 до 4 секунд, если сила тока вычисляется по формуле $I(t) = 3t^2 - 2t$.

Решение. Искомый заряд равен: $q = \int_3^4 (3t^2 - 2t) dt = t^3 - t^2 \Big|_3^4 = 30$.

Ответ: 30.

Задача 5. После сбора 100 компьютеров оказалось, что в дальнейшем время работы убывает в соответствии с формулой $y = 10x^{-0.5}$. Найти время, которое потребуется для сборки еще 44 компьютеров.

Решение. Искомое время равно: $\Delta T = \int_{100}^{114} (10x^{-0.5}) dx = 20\sqrt{x} \Big|_{100}^{114} = 40$.

Ответ: 40.

4 этап – Заключительный инструктаж

На заключительном этапе нашего занятия вам необходимо решить две прикладные задачи нахождение интеграла. Задания даны по вариантам №1 и №2. Решение задач следует представить непосредственно на бланках в специально отведенных для этого местах.

У вас в мини-конспектах, а также для большей наглядности на слайде презентации представлена таблица, на которой обобщена информация, касающаяся приложений интеграла к решению задач профессиональной направленности технологического профиля.

По истечении 10 минут будет произведена проверка и защита выполненных вами практических заданий.

Желаю всем успеха в решении задач!

Этап 5 – Подведение итогов (рефлексия)

Ваши впечатления о занятии

- а) Довольны ли вы своими баллами и своей самооценкой?
- б) Понравилась ли вам такая форма проведения занятия?
- в) Какой этап занятия более всего понравился?
- г) Кто из ваших товарищей был на уроке самым активным?
- д) Чей ответ больше всего понравился?

Этап 6 – Домашнее задание

1. Башмаков М.И. Математика: учебник / Башмаков М.И. – М.: КноРус, 2022. – С. 299-307.

2. Башмаков М.И. Математика. Практикум: учебно-практическое пособие / М.И. Башмаков, С.Б. Энтина. – М.: КноРус, 2021. – С. 170-171 (Упр. 8.18).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведение занятия в данной форме позволяет преподавателю выступить в роли организатора. Преподаватель направляет, консультирует, дает рекомендации. Студенты в результате быстрее ориентируются в учебном материале, у них развивается интерес к самостоятельной работе, активизируется познавательная деятельность.

ЛИСТ САМООЦЕНКИ СТУДЕНТА		
_____ <i>Ф.И.О., группа</i>		
<i>Вид оценки (диапазон баллов)</i>	<i>Пояснения к выставлению баллов</i>	<i>Количество баллов</i>
Оценка за участие в опросе (0 – 2б.)	Один правильный ответ – 1 балл, 2 ответа и более – 2 балла.	
Оценка за тестирование (0-5б.)	За каждый правильный ответ – 1 балл.	
Оценка за выступление или решение задачи у доски (1б.)	Одно выступление или решение задачи у доски – 1 балл.	
Оценка за самостоятельную работу (0-2б.)	Правильное решение задачи – 1 балл.	
Суммируйте все ваши баллы		
Максимально возможное количество баллов		10
Если ВЫ набрали (9-10) баллов, поставьте оценку		5
Если ВЫ набрали (7-8) баллов, поставьте оценку		4
Если ВЫ набрали (5-6) баллов, поставьте оценку		3
Если ВЫ набрали (0-4) баллов, поставьте оценку		2
Ваша оценка		

Тестирование

Вариант № 1

1 Вопрос. Выберите правильное продолжение решения: $\int x^2 dx$

- а) $\frac{x^3}{3} + c$
- б) $\frac{x^4}{4} + c$
- в) $\frac{x^3}{3} + c$

2 Вопрос. Интегрирование – это действие обратное

- а) вычитанию
- б) дифференцированию
- в) сложению

3 Вопрос. Чему равен интеграл $\int 10 \sin x dx$

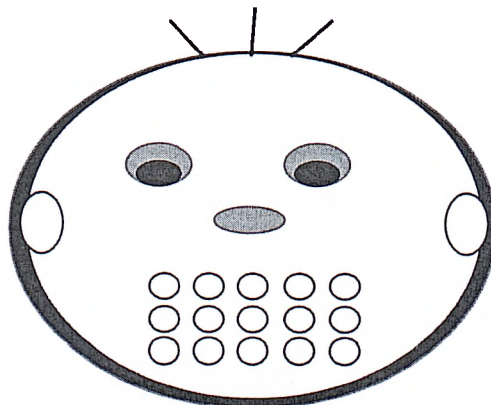
- а) $= 5 \cos x + c$
- б) $= 2 \cos x + c$
- в) $= -10 \cos x + c$

4 Вопрос. Написать правильное продолжение формулы $\int \frac{dx}{x}$

- а) $100^x + c$
- б) $\ln|x| + c$
- в) $e^x + c$

5 Вопрос. Определённый интеграл $\int_0^2 3x^2 dx$ равен:

- а) 8
- б) 100
- в) -20



Тестирование

Вариант №2

1 Вопрос. Выберите правильное продолжение решения: $\int x^3 dx$

- а) $\frac{x^4}{4} + c$
- б) $\frac{x^3}{3} + c$
- в) $\frac{x^6}{6} + c$

2 Вопрос. Правильность интегрирования можно проверить:

- а) сложением
- б) дифференцированием
- в) вычитанием

3 Вопрос. Чему равен интеграл: $\int 8 \cos x dx$

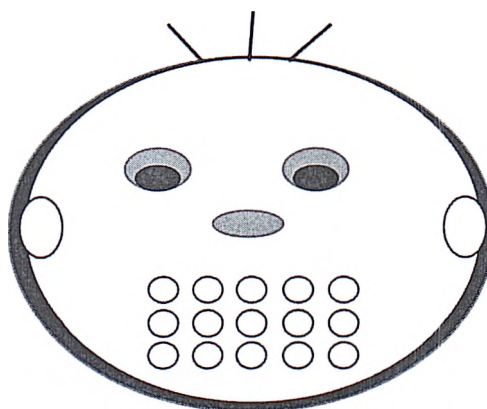
- а) $= 5 \sin x + c$
- б) $= 2 \sin x + c$
- в) $= 8 \sin x + c$

4 Вопрос. Написать правильное продолжение формулы $\int e^x dx =$

- а) $10^x + c$
- б) $e^x + c$
- в) $\cos x + c$

5 Вопрос. Определённый интеграл $\int_0^1 4x^3 dx$ равен:

- а) 1
- б) 10
- в) -30



Прикладные задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

Задача 1.

Вычислите количество электричества, протекшего через поперечное сечение проводника за промежуток времени $[2; 5]$, если сила тока задается формулой: $I(t) = 3t^2 - 2t + 4$.

Решение:

Ответ:

Задача 2.

При увеличении количества операций (n), выполняемых процессором в секунду, быстродействие системы ($I(n)$) падает в соответствии с формулой: $I(n) = 900 n^{-0,5} - 20$. Определите быстродействие системы при увеличении количества выполняемых операций в секунду в диапазоне от 16 до 36.

Решение:

Ответ:

Прикладные задачи для самостоятельного решения

Вариант 2

Задача 1.

Вычислите работу электродвигателя за промежуток времени $[1;9]$, если мощность вычисляется по формуле: $N(t) = 4\sqrt{t} + t^2$.

Решение:

Ответ:

Задача 2.

При увеличении количества операций (n), выполняемых процессором в секунду, быстродействие системы ($I(n)$) падает в соответствии с формулой: $I(n) = 1100 n^{-0,5} - 50$. Определите быстродействие системы при увеличении количества выполняемых операций в секунду в диапазоне от 4 до 16.

Решение:

Ответ:

Основные формулы интегрирования (табличные интегралы)

1. $\int 0 dx = C$.
2. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ ($n \neq -1$): $\int dx = x + C$: $\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$:
 $\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C$: $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$.
3. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$. 4. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$: $\int e^x dx = e^x + C$.
5. $\int \sin x dx = -\cos x + C$. 6. $\int \cos x dx = \sin x + C$.
7. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$. 8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$.
9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + C$.
10. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arctg} x + C$.
11. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$. 12. $\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$.
13. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}| + C$.
14. $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$: $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$.
15. $\int \frac{x dx}{a^2 \pm x^2} = \pm \frac{1}{2} \ln|a^2 \pm x^2| + C$. 16. $\int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 \pm x^2}} = \pm \sqrt{a^2 \pm x^2} + C$.
17. $\int \operatorname{tg} x dx = -\ln|\cos x| + C$. 18. $\int \operatorname{ctg} x dx = \ln|\sin x| + C$.
19. $\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C$. 20. $\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C$.
21. $\int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$ ($a > 0$).
22. $\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}| + C$.

Приложения интеграла к решению задач профессиональной направленности технологического профиля

Величины	Вычисление производной	Вычисление интеграла
<p>A – работа;</p> <p>F – сила;</p> <p>N – мощность;</p> <p>$I(n)$ – тактовая частота в зависимости от количества операций (n), выполняемых в секунду</p>	$F(x) = A'(x)$ $N(t) = A'(t)$ $I(n) = A' \cdot (n)$	$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$ $A = \int_{t_1}^{t_2} N(t) dt.$ $A = \int_{n_1}^{n_2} I(n) dn$
<p>m – масса тонкого стержня</p> <p>p – линейная плотность</p>	$P(x) = m'(x).$	$m = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx.$
<p>Q – электрический заряд;</p> <p>I – сила тока.</p>	$I(t) = q'(t)$	$Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$
<p>S – перемещение;</p> <p>v – скорость.</p>	$V(t) = S'(t)$	$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$
<p>Q – количество теплоты;</p> <p>c – теплоёмкость.</p>	$c(t) = Q'(t)$	$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt$

Отзыв

об уроке теоретического обучения

Ф.И.О. преподавателя	Попова Екатерина Дмитриевна
Дисциплина	Т.У. 09 Математика
Группа №	1215
Дата	1.03.2023
Цель посещения	Открытый урок
Тема урока	Применение интегралов в задачах прогресса направ-тч техн. прогресса
Тип урока	ЛЗ.

1. Применяемая современная образовательная технология

Элементы ИКТ.

2. Организация и оснащение урока:

Урок начал во время, соответствующая фокусировка в начале (ИКТ, РТ, конспект лекций, карточки, презентация)

3. Эффективность применения современной образовательной технологии на всех этапах урока:

Преподаватель пояснил, что определенные интегралы применяются в различных физических и сферах деятельности. С помощью ИКТ студентам рассмотрели различные способы при-менения интегралов.

4. Соблюдение основных требований к уроку и его результативность:

Требования к уроку соблюдены. Все учащиеся работали хорошо, за выполненную самостоятельную работу каждый из них получил оценку.

5. Профессиональное и педагогическое мастерство преподавателя:

Преподаватель хорошо владеет своим предметом, грамотно объясняет студентам все задания, поддерживает интерес к предмету.

6. Содержание домашнего задания:

Домашнее задание выдано и выполнено

Рекомендации

Урок прошел на высоком уровне, учащиеся работали, им было интересно. Рекомендуется еще проводить открытые уроки.

С рекомендациями и оценкой урока согласен соучащая

Подпись преподавателя

Prof. (Е.Д. Попова)

Подпись анализирующего

Черв / Червякова Т.В.1.

П Л А Н
Ч А С О В О Г О З А Н Я Т И Я № 1 6 1

Группа	Дата
1215	01.03.23

УД, МДК: ПУД.09 Математика

Тема урока: Применение интеграла в задачах профессиональной направленности технологического профиля

Время: 1 час

Вид занятия: практическое занятие № 35

Применяемая образовательная технология: элементы ИКТ

Цель занятия	<p>Учебная: отработать навыки вычисления интегралов, сформировать комплексное представление о практических приложениях интеграла в задачах профессиональной направленности технологического профиля.</p> <p>Воспитательная способствовать формированию умений применять приемы: сравнения, обобщения, выделения главного, переноса знаний в новую ситуацию.</p> <p>Развивающая развить математическое мышление, навыки работы с таблицей интегралов, умение вычислить интеграл.</p> <p>Деятельностная (ОК, ПК): ЛР 13, МР 03, МР 09, ПР 04, ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 09</p>
Межпредметные	<p>Обеспечивающие: математика (школьный курс), физика, информатика</p> <p>Обеспечиваемые: дискретная математика с элементами математической логики, теория вероятностей и математическая статистика</p>

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЗАНЯТИЯ

Наглядные пособия: авторская презентация

Раздаточный материал: мини-конспект, лист самооценки, таблица интегралов, карточки для индивидуальной работы

Технические средства обучения: мультимедийный проектор, экран, ноутбук с предустановленным программным обеспечением

Учебные места (для ПЗ, ЛЗ)

Литература:

– *основная:* Башмаков М.И. Математика: учебник / Башмаков М.И. – М.: КноРус, 2022. – 394 с.;

– *дополнительная:* Башмаков М.И. Математика. Практикум: учебно-практическое пособие / М.И. Башмаков, С.Б. Энтина. – М.: КноРус, 2021. – 294 с.

СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ

№ элемента	Элементы занятия, учебные вопросы	Формы и методы обучения	Время
1	2	3	4
1 этап	Организационная часть Взаимное приветствие. Проверка посещаемости. Сообщение темы и постановка целей урока, мотивация. Критерии оценивания работы на уроке	<i>Словесный, наглядно-иллюстративный (презентация)</i>	2 мин.
2 этап	Вводный инструктаж Проверка домашнего задания, актуализация знаний по применению первообразной и интеграла (устный опрос и тестирование)	<i>Индивидуальная и фронтальная формы, объяснительно-иллюстративный метод с обсуждением</i>	15 мин.
3 этап	Текущий инструктаж Разбор схемы решения задач на применение интеграла в задачах профессиональной направленности технологического профиля	<i>Объяснительно-иллюстративный метод</i>	10 мин
4 этап	Заключительный инструктаж Самостоятельное решение прикладных задач на нахождение интеграла Проверка и защита практических заданий	<i>Индивидуальная работа, словесный метод</i>	12 мин.
5 этап	Подведение итогов Достижение целей урока. Обсуждение и выставление оценок.	<i>Словесный метод</i>	5 мин.
6 этап	Задание на дом: 1. Башмаков М.И. Математика: учебник / Башмаков М.И. – М.: КноРус, 2022. – С. 299-307. 2. Башмаков М.И. Математика. Практикум: учебно-практическое пособие / М.И. Башмаков, С.Б. Энтина. – М.: КноРус, 2021. – С. 170-171 (Упр. 8.18).	<i>Словесный метод</i>	1 мин.

Мини-конспект

По теме: «Применение интеграла в задачах профессиональной направленности технологического профиля»

С помощью определенного интеграла можно решать различные задачи физики, механики, экономики, биологии, астрономии и других дисциплин, которые трудно или невозможно решить методами элементарной математики. Поскольку технологический профиль предполагает углубленное изучение математики, физики и информатики, то приведем соответствие изучаемого раздела «Первообразная функции, ее применение» тематике прикладных задач. Так, понятие определенного интеграла применяется при решении задач на вычисление работы переменной силы, пути, пройденного телом, имеющим переменную скорость, и ряд других. Несмотря на разнообразие этих задач, они объединяются одной и той же схемой рассуждений при их решении. Искомая величина (путь, работа, давление и т. д.) соответствует некоторому промежутку изменения переменной величины, которая является переменной интегрирования. Эту переменную величину обозначают через x , а промежуток ее изменения – через $[a, b]$.

Приложения интеграла к решению задач профессиональной направленности технологического профиля

Величины	Вычисление производной	Вычисление интеграла
A – работа; F – сила; N – мощность; $I(n)$ – тактовая частота в зависимости от количества операций (n), выполняемых в секунду	$F(x)=A'(x)$ $N(t)=A'(t)$ $I(n) = A' \cdot (n)$	$A=\int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$ $A=\int_{t_1}^{t_2} N(t)dt.$ $A = \int_{n_1}^{n_2} I(n)dn$
m – масса тонкого стержня p – линейная плотность	$P(x)=m'(x).$	$m=\int_{x_1}^{x_2} p(x)dx.$
q –электрический заряд; I – сила тока.	$I(t)=q'(t)$	$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dtQ$
S –перемещение; v –скорость.	$V(t)=S'(t)$	$S=\int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$
Q –количество теплоты; c – теплоёмкость.	$c(t)=Q'(t)$	$Q=\int_{t_1}^{t_2} c(t)dt$

Рассмотрим решение задачи на перемещение материальной точки:

Пусть точка движется по оси абсцисс и известна скорость движения этой точки. Скорость меняется и задан закон $v = v(t)$ на некотором отрезке $[t_1; t_2]$. Тогда перемещение будет находиться по формуле:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt.$$

Задача 1. Материальная точка движется со скоростью $v(t) = t^2 + 1$. Вычислить ее перемещение за промежуток времени $[0; 2]$ секунд.

Решение.

Искомое решение находим по интегралу: $S = \int_0^2 (t^2 + 1) dt = \frac{t^3}{3} + t \Big|_0^2 = 4\frac{2}{3}$.

Ответ: $4\frac{2}{3}$.

Зависимость между работой и силой при перемещении материальной точки определяется соотношением:

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$$

Задача 2. Какую работу надо произвести, при перемещении материальной точки от 0 до 2 метров под действием силы $F = 2x + 1$.

Решение.

Искомое решение находим по интегралу: $A = \int_0^2 (2x + 1) dx = x^2 + x \Big|_0^2 = 6$.

Ответ: 6.

Задача 3. Вычислить работу за промежуток времени от 1 до 4 секунд, если мощность находится по формуле $A = \frac{6}{\sqrt{t}}$.

Решение. Искомая работа равна: $A = \int_1^4 \frac{6}{\sqrt{t}} dt = 6 \cdot 2\sqrt{t} \Big|_1^4 = 12$.

Ответ: 12.

Электрический заряд за промежуток времени $[t_1; t_2]$ при известной силе тока вычисляется по формуле:

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt.$$

Задача 4. Вычислить количество электричества, протекающего по проводнику за промежуток времени от 3 до 4 секунд, если сила тока вычисляется по формуле $I(t) = 3t^2 - 2t$.

Решение. Искомый заряд равен: $q = \int_3^4 (3t^2 - 2t) dt = t^3 - t^2 \Big|_3^4 = 30$.

Ответ: 30.

Задача 5. После сбора 100 компьютеров оказалось, что в дальнейшем время работы убывает в соответствии с формулой $y = 10x^{-0,5}$. Найти время, которое потребуется для сборки еще 44 компьютеров.

Решение. Искомое время равно: $\Delta T = \int_{100}^{114} (10x^{-0,5}) dx = 20\sqrt{x} \Big|_{100}^{114} = 40$.

Ответ: 40.

Прикладные задачи для самостоятельного решения

Вариант 2

Задача 1.

Вычислите работу электродвигателя за промежуток времени $[1;9]$, если мощность вычисляется по формуле: $N(t) = 4\sqrt{t} + t^2$.

Решение:

Ответ:

Задача 2.

При увеличении количества операций (n), выполняемых процессором в секунду, быстродействие системы ($I(n)$) падает в соответствии с формулой: $I(n) = 1100 n^{-0,5} - 50$. Определите быстродействие системы при увеличении количества выполняемых операций в секунду в диапазоне от 4 до 16.

Решение:

Ответ:

Таблица интегралов

$$1. \int 0 dx = C.$$

$$2. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1); \quad \int dx = x + C; \quad \int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C;$$

$$\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C.$$

$$3. \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C. \quad 4. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C; \quad \int e^x dx = e^x + C.$$

$$5. \int \sin x dx = -\cos x + C. \quad 6. \int \cos x dx = \sin x + C.$$

$$7. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C. \quad 8. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C.$$

$$9. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + C.$$

$$10. \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arctg} x + C.$$

$$11. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C. \quad 12. \int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C.$$

$$13. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + C.$$

$$14. \int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C; \quad \int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C.$$

$$15. \int \frac{x dx}{a^2 \pm x^2} = \pm \frac{1}{2} \ln |a^2 \pm x^2| + C. \quad 16. \int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 \pm x^2}} = \pm \sqrt{a^2 \pm x^2} + C.$$

$$17. \int \operatorname{tg} x dx = -\ln |\cos x| + C. \quad 18. \int \operatorname{ctg} x dx = \ln |\sin x| + C.$$

$$19. \int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C. \quad 20. \int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C.$$

$$21. \int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C \quad (a > 0).$$

$$22. \int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + C.$$

Тестирование

Вариант № 1

1 Вопрос. Выберите правильное продолжение решения: $\int x^2 dx$

- а) $\frac{x^3}{3} + c$
- б) $\frac{x^4}{4} + c$
- в) $\frac{x^3}{3} + c$

2 Вопрос. Интегрирование – это действие обратное

- а) вычитанию
- б) дифференцированию
- в) сложению

3 Вопрос. Чему равен интеграл $\int 10 \sin x dx$

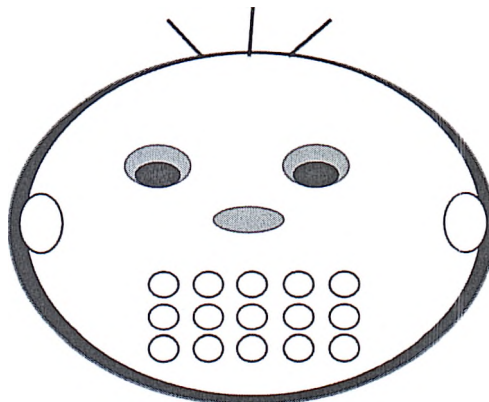
- а) $= 5 \cos x + c$
- б) $= 2 \cos x + c$
- в) $= -10 \cos x + c$

4 Вопрос. Написать правильное продолжение формулы $\int \frac{dx}{x}$

- а) $100^x + c$
- б) $\ln|x| + c$
- в) $e^x + c$

5 Вопрос. Определённый интеграл $\int_0^2 3x^2 dx$ равен:

- а) 8
- б) 100
- в) -20



ЛИСТ САМООЦЕНКИ СТУДЕНТА

Ф.И.О., группа

<i>Вид оценки (диапазон баллов)</i>	<i>Пояснения к выставлению баллов</i>	<i>Количество баллов</i>
Оценка за участие в опросе (0 – 2б.)	Один правильный ответ – 1 балл, 2 ответа и более – 2 балла.	
Оценка за тестирование (0-5б.)	За каждый правильный ответ – 1 балл.	
Оценка за выступление или решение задачи у доски (1б.)	Одно выступление или решение задачи у доски – 1 балл.	
Оценка за самостоятельную работу (0-2б.)	Правильное решение задачи – 1 балл.	
Суммируйте все ваши баллы		
Максимально возможное количество баллов		10
Если ВЫ набрали (9-10) баллов, поставьте оценку		5
Если ВЫ набрали (7-8) баллов, поставьте оценку		4
Если ВЫ набрали (5-6) баллов, поставьте оценку		3
Если ВЫ набрали (0-4) баллов, поставьте оценку		2
Ваша оценка		

ОЦЕНОЧНАЯ ВЕДОМОСТЬ

ГРУППА 1215

№	Фамилия Имя обучающегося	Количество набранных баллов	Итоговая оценка
1.	Аникеев Владислав	4	4
2.	Антоненко Захар	9	5
3.	Борисенко Марина	8	4
4.	Вибе Владислав	4	4
5.	Галий Михаил	6	3
6.	Гафиатулин Роман	8	4
7.	Григина Кристина	8	4
8.	Гуц Альбина	8	4
9.	Клецков Алексей	4	4
10.	Лахно Дмитрий	4	4
11.	Литвиненко Николай	4	4
12.	Малышев Данил	4	4
13.	Мальцева Мария	9	5
14.	Мехрабова Милана	9	5
15.	Мишин Юрий	8	4
16.	Павелко Руслан	6	3
17.	Плитинь Родион	4	4
18.	Прасол Анастасия	9	5
19.	Сазонов Лавр	9	5
20.	Сокольников Геннадий	4	4
21.	Степанец Егор	9	5
22.	Степанов Виталий	4	4
23.	Урюпов Мирослав	9	5
24.	Шевская Ульяна	9	5
25.	Юшин Илья	6	3